

**OLIMPIADA DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ**  
**20 Aprilie 2024**

**SECȚIUNEA – SENIORI 1 (S1)**

**Barem de evaluare**

- Se punctează oricare alte formulări / modalități de rezolvare corectă a cerințelor.
- Nu se acordă punctaje intermediare la subiectele de tip grilă.

**Subiectul I (25 puncte) – Test grilă, complement simplu**

1. (2,5p) Răspuns corect: c)  $54^{\circ} 33'$

$$h = \varphi - 90^{\circ} + \delta$$

$$\delta = \varepsilon$$

$$-12^{\circ} = \varphi - 90^{\circ} + 23^{\circ} 27' \rightarrow \varphi = 54^{\circ} 33'$$

2. (2,5p) Răspuns corect b)  $-2,09^m$

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{f_2}{f_1};$$

$$3,5^m - m_1 = -2,5 \log 5,8 \cdot 10^{-3}; m_2 = -2,09^m$$

3. (2,5p) Răspunsul corect este a)

Luminozitatea sistemului este:  $L = L_1 + L_2 + L_3 = 44 L_S$ . Distanța până la sistem, exprimată în parseci, este  $d = 400 : 3,26 \text{ pc} = 122,7 \text{ pc}$ . Utilizând formula pentru magnitudini absolute:

$$\frac{L}{L_S} = 10^{0,4(M_S - M)} \Rightarrow M = M_S - \frac{1}{0,4} \log_{10} \frac{L}{L_S} = 4,83 - \frac{1}{0,4} \log_{10} 44 = 0,72.$$

Cu Formula lui Pogson, se obține că:

$$M = m + 5 - 5 \log_{10} d \Rightarrow m = M - 5 + 5 \log_{10} d = 0,72 - 5 + 5 \log_{10} 122,7 = \boxed{6,16}.$$

4. (2,5p) Răspuns corect: c) 1,7 minute

Se folosește faptul că timpul de colectare este invers proporțional cu suprafața telescopului:

$$t = \frac{\text{const}}{S} = \frac{\text{const}}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad d \text{ fiind diametrul}$$

5. (2,5p) Răspuns corect c)  $4,74 \text{ km/s}$

$$E_{\text{tot}} = \frac{mv^2}{2} - K \frac{mM}{R+h} \leq 0;$$

$$F = K \frac{mM}{R^2} = mg_0 \rightarrow KM = g_0 R^2;$$

$$v \leq \sqrt{\frac{2g_0 R^2}{R+h}};$$

$$v \leq \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 6400^2 \times 10^6}{(6400 + 30000) \times 10^3}} = 4743,9 \text{ m/s} = 4,74 \text{ km/s};$$

6. (2,5p) Răspuns corect c) 2,68ua

$$\frac{T_p^2}{a_p^3} = \frac{T^2}{a^3}; \frac{1an^2}{1ua^3} = \frac{4,4^2an^2}{a^3}; a = \sqrt[3]{\frac{4,4^2an^2 \times 1ua^3}{1an^2}} = 2,68ua;$$

7. (2,5p) Răspuns corect: b) 3 ani

8. (2,5p) Răspuns corect: c) Polară Motivație: Luna se mișcă aproape de ecliptică.

9. (2,5p) Răspuns corect: c) Dragonul Motivație: Ar coincide cu Polul Ecliptic Nord, care este în constelația Dragonul.

10. (2,5p) Răspuns corect: c) 16'

## Subiectul II (50 puncte) – Probleme

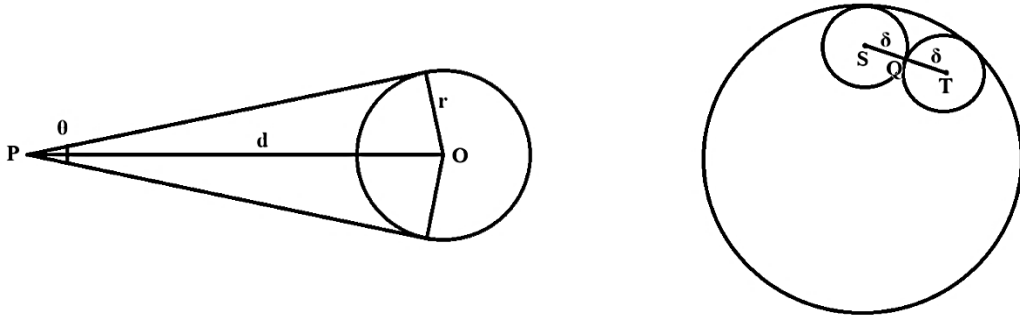
### II.1 Sistem binar de stele (20 puncte)

a.	12p
Pentru aștrii reali, forța respectă legea atracției universale: $F = K \frac{M_1 M_2}{a^2}$	3p
Pentru sistemul echivalent, putem scrie $F' = K \frac{M\mu}{a^2} = K \frac{M_1 + M_2}{a^2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} = K \frac{M_1 M_2}{a^2} = F$	3p
Energia potențială de interacție a corpurilor este $E_p = -K \frac{M_1 M_2}{a}$	3p
iar pentru sistemul teoretic $E_p' = K \frac{M\mu}{a} = K \frac{M_1 + M_2}{a} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} = K \frac{M_1 M_2}{a} = E_p$	3p
b.	8p
Condiția ce trebuie îndeplinită este ca distanța unghiulară a sistemului să fie mai mare sau egală (la limită) cu puterea separatoare a telescopului: $\frac{a}{d} = \delta \geq \theta_{min}$ $\theta_{min} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow$ $a \geq 1,22 \frac{d\lambda}{D}$	3p 3p

$a \geq 0,272 \text{ UA}$	2p
<b>Total</b>	<b>20p</b>

**II.2 Analiza unui roi globular de stele (30 puncte)**

<b>a</b>	<b>10p</b>
a) Magnitudinea limită a unui instrument optic, de diametru $D$ , este dat de formula: $m_{lim} = m_0 + 5 \log_{10} \frac{D}{\pi} \Rightarrow D = \pi \cdot 10^{0,2(m_{lim}-m_0)}.$ Pentru ca roiul să fie observat, trebuie ca să fie mai strălucitor decât un obiect având magnitudinea limită, așadar: $m_r \leq m_{lim} \Rightarrow D \geq \pi \cdot 10^{0,2(m_r-m_0)} = 8mm \cdot 10^{0,2(9,5-6)} \approx \boxed{40mm}.$	5p  5p
<b>b</b>	<b>10p</b>
b) Notăm cu $M_r$ magnitudinea absolută a roiului, cu $L$ luminozitatea unei singure stele din roi, iar cu $L_r$ luminozitatea roiului. Folosind relația luminozitate-magnitudine, avem că:  $100\ 000 = \frac{L_r}{L} = 10^{0,4(M-M_r)} \Rightarrow$ $\Rightarrow M_r = M + \frac{1}{0,4} \log_{10} \frac{L}{L_r} = -0,5 - \frac{1}{0,4} \log_{10} 100000 = -13.$ Cu formula lui Pogson: $M_r = m_r + 5 - 5 \log_{10} d \Rightarrow -13 = 9,5 + 5 - 5 \log_{10} d \Rightarrow d = 10^{5,5} pc.$ Cu aproximație, $\boxed{d \approx 316228 pc}$ . Orice rezolvare echivalentă, chiar dacă nu are valori pentru calcule intermediare, se punctează maxim dacă este corectă.	3p  3p  4p
<b>c</b>	<b>5p</b>
c) Aplicând formula luminozitate-magnitudine pentru o stea din roi și Soarele nostru, avem:  $\frac{L}{L_S} = 10^{0,4(M_S-M)} = 10^{0,4(4,83+0,5)} = 135,52$	2p

<p>Pentru că stelele din roi au clasa spectrală A0V, ele sunt din secvența principală, deci putem estima masa folosind relația masă-luminozitate, astfel:</p> $\frac{L}{L_S} = \left(\frac{m}{m_S}\right)^{3,5}$ $\Rightarrow \frac{m}{m_S} = \sqrt[3,5]{135,52} \approx 4,06 \Rightarrow \boxed{m \approx 4,06 m_S}$ <p>Folosirea unui coeficient de 3,8 (<math>m \approx 3,64 m_S</math>) sau 3,3 (<math>m \approx 4,42 m_S</math>) în relația masă-luminozitate în loc de 3,5 se consideră corectă și se punctează maxim.</p>	<p>2p 1p</p>
<p><b>d</b></p>	<p><b>5p</b></p>
<p>d) A se vedea desenul de mai jos:</p>  <p>Notăm cu <math>r</math> raza roiului de stele, care se determină din expresia distanței unghiulare:</p> $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{r}{d} \Rightarrow r = d \sin \frac{\theta}{2} \approx 316228 \text{ pc} \cdot \sin 3' \approx 276 \text{ pc}$ <p>Să zicem că spațiul din jurul fiecărei stele este o sferă de o anumită rază <math>\delta</math>. Datorită ipotezei de distribuție omogenă, această rază are aceeași valoare pentru fiecare stea. Deoarece sunt suficient de multe stele în roi, putem aproxima că suma volumelor micilor sfere de rază <math>\delta</math> este egală cu volumul roiului, iar orice două sfere, cu centrele în două stele <math>S, T</math> sunt tangente în <math>Q</math></p> <p>Deoarece volumul sferei depinde direct proporțional cu cubul razei, vom avea că:</p> $\delta = \frac{r}{\sqrt[3]{Nr_{stele}}} = \frac{276 \text{ pc}}{\sqrt[3]{100000}} \approx 5,95 \text{ pc}$ <p>Astfel, distanța medie dintre două stele este <math>\boxed{2\delta \approx 11,9 \text{ pc}}</math>.</p> <p>Se oferă punctaj maxim pentru rezolvări echivalente corecte.</p>	<p>2p 2p 1p</p>
<p><b>Total</b></p>	<p><b>30p</b></p>

**Subiectul III (25 puncte) – Proba observațională**

1. Identificarea punctelor cardinale..... 2p
2. Trasarea corectă și notarea corectă a meridianului, eclipticii, ecuatorului ceresc și a ecuatorului galactic ..... 2p
3. Trasarea corectă și notarea corectă a cerului de circumpolaritate și a cerului de precesie .....2p
4.  $T_S \approx 4h 50 min \pm 10 min$ ..... 2p
5. Trasarea corectă a celor două almucantarate (cerc cu centrul în zenit ce trece prin stea) .....2p  
Distanța unghiulară  $25.5 \pm 2 (^\circ)$ ..... 2p
6. Reprezentarea corectă a constelațiilor pe hartă ..... 4p
7. Notarea corectă a obiectelor Messier pe hartă ..... 4p
8. Justificare .....1p  
 $T_l = 20:00 \pm 00:15$  ..... 1p
9.  $\varphi = 47 \pm 1 (^\circ)$ ..... 2p
10. Jupiter ..... 1p

